Модели эффекта Харста

Участники:

<u>Вячеслав Иосифович Найденов</u> **- доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией поверхностных вод Института водных проблем РАН**

<u>Ирина Аркадьевна Кожевникова</u> **- кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник механико-математического факультета МГУ**

Обзор темы

Вода стоит особняком в истории нашей планеты .
В.И.Вернадский

История открытия. В 1951 г. британский климатолог Г.Харст, проведший более 60 лет в Египте, где участвовал в гидротехнических проектах на Ниле опубликовал работу, в которой и описал неожиданный эффект в поведении колебаний стока Нила и ряда других рек. Чтобы понять его суть, давайте предположим, что расход воды в реке во все годы одинаков. Тогда суммарный расход за много лет был бы пропорционален полному времени: $Q \sim t$. Если же считать, что расходы воды в каждом году – последовательность случайных величин, не связанных друг с другом, то суммарный расход воды $Q \sim t^{0.5}$. Именно так и полагал Харст, приступая к статистической обработке временного ряда расходов (паводков) на Ниле с 622 по 1469 гг. (панически боясь засух, египтяне, должно быть, усердно вели свои записи на папирусе). Однако, подсчеты, выполненные ученым, опровергли эту гипотетическую зависимость. Оказалось, что сток Нила следует соотношению $Q \sim t^{0.7}$. Это соотношение получило название закона Харста, а показатель степени H – показателя Харста.

Отличие показателя Харста от 0.5 является принципиальным фактом для гидрологии, так как это означает, что для описания различных гидрологических явлений (колебания уровня водоемов, речного стока, паводков и половодий) линейные модели не пригодны. На практике сплошь и рядом это явление подтверждается, так как и колебания уровня водоемов (например, Каспийского моря), и максимальных расходов воды в периоды дождевых и весенних паводков подвержены резким и большим изменениям, для описания которых надо отказаться от использования линейных (слишком упрощенных) моделей.

Для многих временных рядов стоков рек (Волги, Днепра, Немана, Дуная), уровней воды в водоемах (Каспийского моря, озер Балхаш, Большое Соленое, Чад, Чаны), для ширины колец деревьев сосны и дуба, глобальной температуры воздуха по Северному полушарию, среднегодовой температуры гг. Москвы и Петербурга эффект Харста справедлив. Общепринятой теории эффекта Харста пока не существует.

Не случайно в докладе одного из ведущих ученых в области геофизики В.Клемеша на Международном конгрессе по стохастической гидрологии (Москва, ноябрь 1998 г.) прозвучал настойчивый вопрос: “The Hurst Phenomenon: A Puzzle?” Попробуем разобраться в этом явлении, которое, судя по всему, имеет глобальный характер в геофизике.

Фрактальное броуновское движение. Взвешенные в воде мельчайшие частицы участвуют в беспорядочном и очень оживленном движении. Как физическое явление его открыл английский ботаник Р.Броун в 1827 году и в честь ученого оно получило название броуновского движения. Математическое описание этого явления было выведено из законов физики А.Эйнштейном в 1905 году. Физическая теория была далее усовершенствована А.Эйнштейном вместе с М.Смолуховским (1935), а также Фоккером, Планком, Орнштейном, Уленбеком и многими другими. Первое математически четкое построение теории броуновского движения как физического явления было дано Н.Винером в его диссертации в 1918 году. С этого момента у броуновского движения появился синоним: “винеровский процесс”.

С точки зрения математики броуновское движение – непрерывный гауссовский случайный процесс $X = (X_t)_{t\geq 0}$, $X_0 = 0$, **с нулевым средним и дисперсией** $DX_t = t$. Автокорреляционная функция его приращений – δ-функция Дирака, что означает отсутствие корреляций в последовательных значениях приращений величины X_t и постоянство спектра на всех частотах ($f(\omega) = const$, ω - частота). Дискретные процессы с таким спектром успешно применяются для моделирования многих климатических и гидрологических процессов. Однако, попытка его использования для объяснения эффекта Харста потерпела неудачу: суммарный расход воды в этом случае приводит к уже упомянутой зависимости $Q \sim t^{0.5}$. Не спасает положение и применение случайных процессов с конечным, не нулевым, как у приращений винеровского процесса, временем корреляции: доказано, что и в этом случае получается та же зависимость.

А.Н.Колмогоров в 1940 году впервые рассмотрел процессы, для которых и $DX_t = t^{2H}$, $t \geq 0, 0 \leq H \leq 1$ и назвал их спиралями Винера. Так появилось обобщение винеровского процесса, которое впоследствии развивалось Б.Б.Мандельбротом, Дж.У.Ван Нессом и многими другими.

Автокорреляционная функция приращений фрактального броуновского движения затухает по степенному закону (характерное время корреляции этого процесса равно бесконечности), а его спектральная плотность при низких частотах расходится.

Случайные процессы с подобной спектральной плотностью также называют фликкер-шумом (от англ. flicker – мерцание, трепетание, дрожание, короткая вспышка). Такой шум характерен для транзисторов, речи, для потока автомобилей по шоссе, землетрясений и гроз; нормальный период сердцебиения человека имеет флуктуации, спектральная плотность которых при низких частотах расходится.

Как было сказано выше, Харст показал, что для стока Нила показатель Харста $H \approx 0.7$. Таким образом, эффект Харста получает математическую интерпретацию: колебания стока Нила – случайный процесс со степенным (медленным) затуханием корреляционной функции. Однако, эта аппроксимация формальна, так как нет ответа на главный вопрос: какие законы физики ответственны за эффект Харста.

Дождевые паводки. Чтобы объяснить эффект степенного затухания корреляции описываемых процессов, воспользуемся результатами исследования стохастического моделирования колебания речного стока в паводочный период, выполненных на кафедре гидрологии суши географического факультета МГУ. На основе материала многолетних наблюдений за стоком более 50 рек различных регионов мира получены статистические закономерности колебаний паводочного стока и разработана стохастическая модель этого процесса.

Она основана на следующей аппроксимации расхода воды во времени (гидрографа)

$$Q(t)=\sum_{j=1}^{s}Q_j\varphi(t-t_j)\,,$$

где s – число паводочных пиков, $t_1,...,t_s$ – даты прохождения максимальных расходов воды, $Q_1,...,Q_s$ – значения этих максимальных расходов, самостоятельно формируемых каждым паводком и накладывающихся на спад предыдущих, а $\varphi(t-t_j)$ – функция формы паводка.

Модель - апробирована для р. Ченчон у г.Анджу (Северная Корея), Ломницы (Украинские Карпаты), Читы, для многих рек бассейна Амура и др.

Для нас очень важно, что результаты упомянутых исследований доказывают: распределение вероятностей паводочных пиков и дат их прохождения достаточно хорошо соответствуют распределению Пуассона, с одним и тем же параметром, который не зависит от времени. В последние годы этот подход широко используется для описания последовательностей прохождения различных синоптических ситуаций, определяющих условия формирования стока и выпадения осадков. Таким образом, правомерна постановка задачи об определении спектра случайного процесса, как сток $Q(t)$.

Оказалось, что характер спектра существенно зависит от функции формы паводка, точнее от того, как он спадает. Так для горных рек это происходит очень быстро, поэтому уместна аппроксимация экспонентой $\varphi(t)=e^{-t\beta}$. В этом случае спектр процесса $f(\omega)\to const$ при $\omega\to 0$ и эффект Харста у паводочного режима отсутствует. Напротив, при медленном спадании паводка, когда оправдана аппроксимация медленно меняющейся функцией, например, $\varphi(t)=\sqrt{1+2t\beta}$ $f(\omega)\to\infty$ при $\omega\to 0$, эффекта Харста характерно.

Механизм формирования паводочного шлейфа (чрезвычайной распластанности гидрографа стока) характерен для больших рек за счет продолжительного времени бассейнового добегания и за счет задержки воды в почвогрунтах. Продолжительный спад воды – фактор усиления корреляции между расходами воды в разные моменты времени.

Таким образом, возможной причиной эффекта Харста в паводках Нила – их медленный спад в период отсутствия дождей.

Анализ других важных составляющих элементов гидрологического цикла суши (осадки, динамика влажности почвы, инфильтрация), которые можно приблизить импульсными случайными процессами, показал, что спектр этих процессов расходится на низких частотах.

Таким образом, огромный (2.8 млн. км^2) бассейн Нила представляет собой нелинейную, неравновесную и нестационарную природную систему. Потоки солнечного тепла и влаги с Индийского океана постоянно выводят ее из состояния равновесия. В соответствии со вторым законом термодинамики (законом возрастания энтропии) природная система за счет процессов диссипации (вязкого течения и теплопроводности) релаксирует к состоянию с более высокой энтропией, причем эта релаксация происходит довольно медленно. Вот эту интересную особенность функционирования бассейна Нила и подметил британский климатолог Г.Харст.

Бистабильный Каспий. Новая физическая концепция многолетних колебаний уровня моря. Уровенный режим Каспийского моря всегда отличался неустойчивостью и преподносил сюрпризы, в основном неприятные, не только прибрежным регионам, но и авторам многочисленных прогнозов, которые, как правило, не сбывались. Загадочное поведение этого уникального водоема привлекало многих выдающихся ученых своего времени: немецкого естествоиспытателя и путешественника А.Гумбольта, его соотечественников П.Палласа, К.Л.Габлица, академика Л.С.Берга, историка Л.Н.Гумилева. Тщательный анализ истории осадконакопления в заливах моря за исторический период времени (2000 лет н.э.) показал, что за этот период кривая колебаний уровня моря имеет квазициклический характер с периодом повторяемости 230-280 лет относительно низких отметок (-29 … -30 м абс) и высоких отметок (-25 … -26 м абс), Характерно, что такой же период повторяемости колебаний увлажненности характерен для толщ болот Дании и является, по-видимому, общим для Европейской части Северного полушария. Такое поведение уровня моря отмечается и историческими свидетельствами, например, в XII веке итальянский географ Марио Сануто писал: “Море поднимается каждый год на ладонь и многие хорошие города уничтожены”.

Изменение физико-географических условий вследствие подъема уровня Каспийского моря привели к гибели Хазарского каганата и исчезновению хазар, так как экономика страны рухнула из-за потери 2/3 своей территории. Так Л.Н.Гумилев драматически описывает гибель Хазарии: “Совместный удар на Хазарию русов, гузов и печенегов в 965 г. покончил с самостоятельностью полузатопленной страны”. Но Пойтенгеровской таблице - Римской дорожной карте населенного мира, оригинал которой датируется V веком н.э. уровень Каспия обозначен на 20 -30 м выше современного.

Гипотезы и модели. Возникает вопрос, как объяснить такие резкие изменения уровня моря. Мы разработали нелинейную стохастическую модель колебаний уровня Каспийского моря, которая объясняет парадоксальное поведение его уровня. Существенным отличием предложенной теории от линейной является предположение о возникновении неустойчивого, равновесного уровня Каспийского моря, расположенного в районе отметок -27.0 - -26.5 м абс. Наличие этого уровня радикально меняет общепринятый линейный механизм колебаний и приводит к возникновению двух слабо устойчивых уровней равновесия, в результате чего море под воздействием колебаний стока Волги и осадков в его бассейне эволюционирует от одного уровня к другому. Найдены вероятностные характеристики переходов.

Современная теория колебаний уровня Каспийского моря предполагает, что единственный механизм, управляющий эволюцией уровенного режима, -

механизм отрицательной обратной связи: при подъеме уровня водоема выше равновесного увеличивается площадь зеркала испарения, что заставляет уровень вернуться к исходному состоянию. Это по существу известный физический принцип Ле Шателье-Брауна: возникающие в природной системе процессы стремятся ослабить результаты внешнего воздействия. При построении линейных моделей колебаний уровня Каспийского моря совершенно не учитывается важный теплофизический эффект: изменение теплоемкости Северного Каспия при снижении или подъеме его уровня. Например, на отметках -24 и –28 м абс объемы вод Северного Каспия составляют 856 и 397 км^3 соответственно. Таким образом, теплоемкость Северного Каспия при переходе моря от низких отметок к высоким увеличивается в 2 раза; площадь моря при этом меняется гораздо меньше. При высоких значениях уровня моря существенно увеличатся затраты солнечного тепла на нагрев вод бассейна, что приводит к уменьшению среднемноголетнего значения слоя испарения. Стохастическая модель В.И. Найденова и И.А.Кожевниковой **учитывает нелинейную теплофизику испарения** и выглядит следующим образом:

$$Z(t+1) - Z(t) = -0.0083 + 0.0381Z(t) + 0.0318Z^2(t) - 0.0822Z^3(t) + \gamma(t),$$

$$\gamma(t) = 0.459\gamma(t-1) + 0.069\delta(t),$$

где Z(t) - безразмерный уровень, $\delta(t)$ - дискретный белый шум с нулевым средним и единичной дисперсией.

Расчеты колебаний уровня моря, выполненные на основе этой модели, показали, что для уровня моря характерны быстрые (30-40 лет) переходы от одного состояния к другому с последующей стабилизацией процесса вблизи равновесного состояния. Характерно, что эта нелинейная модель генерирует фликкер-шум и показатель Харста для нее оказывается большим, чем 0.5.

Например, вероятности переходов уровня Каспийского моря с отметки -26.62 м абс к верхнему и нижнему уровням соответственно равна 0,36 и - 0,64, соответственно времена переходов 20 и 25 лет. Сравнительно большая вероятность перехода к нижнему уровню объясняется наличием широкой области неустойчивости в окрестности нижнего уровня. При повышении уровня вероятность перехода к верхнему равновесному уровню экспоненциально увеличивается.

Таким образом, уровенный режим Каспийского моря характеризуется длительными периодами стояния вблизи устойчивых состояний равновесия и переходами от одного уровня к другому.

По нашему мнению, необходимо отказаться от дальнейшего анализа линейных уравнений водного баланса Каспийского моря и перейти к нелинейным уравнениям.

Почему так часто происходят катастрофические наводнения? О степенном законе катастрофических наводнений. Для эффекта Харста отсутствует характерное время в динамике гидрологического процесса (колебаний уровня водоемов или речного стока), т.е. имеет место степенное распределение временных характеристик процесса и расходимость спектра процесса на низких частотах.

Нами показано, что этот нелинейный эффект тесно связан с другим широко распространенным эффектом, характеризующим сложность физической системы – “степенным законом распределения вероятностей”, который хорошо описывает статистику катастрофических наводнений.

Для России характерен рост количества катастроф, особенно в последние годы. Катастрофические явления, обусловленные наводнениями, составляют 19% от общего числа. Наводнения занимают первое место в ряду стихийных бедствий по повторяемости, охвату территории и материальному ущербу. В среднем по стране ежегодно затопляются обширные территории (около 50 тыс. кв. км.), из которых 40% приходится на сельскохозяйственные угодья. На этих территориях размещаются больше 300 городов, десятки тысяч других населенных пунктов, множество хозяйственных объектов. Самое масштабное и разрушительное за 100 лет наводнение на Северном Кавказе потрясло Россию. Общая площадь затопления составила 346 кв.км., были эвакуированы более 100 тыс. человек, погибли 104 человека. Материальный ущерб от стихийного бедствия - почти 14 млрд. руб. Версий случившегося много…

Гидрологи предполагают, что эта катастрофа представляет собой “следствие необычного сочетания гидрометеорологических факторов и условий на водосборе”. Но если бы это было так и наводнения определялось как суммарное действие множества неподдающихся учету факторов (количество дождей, их интенсивность, тепло-и-влагообмена атмосферы с подстилающей поверхностью), то, согласно центральной предельной теореме теории вероятностей, плотность вероятностей уровня воды во время наводнения (расхода) воды в реках подчинялось бы гауссовскому распределению. Тогда, действительно, вероятность катастрофического наводнения на Северном Кавказе была бы ничтожно мала, и можно было бы считать, что нам сильно не повезло.

При внимательном анализе статистических данных по крупнейшим наводнениям выясняется, что они проявляют весьма необычные особенности, не укладывающиеся в привычные представления. Так при наводнении 1931 года на р. Янцзы в Китае погибло около 1.3 млн. человек, что в десятки тысяч раз превосходит число погибших при обычном, рядовом наводнении. Во временном ряду ущербов от катастроф изредка встречаются экстремальные значения, несоизмеримые по величине со значениями для подавляющей части событий. Не составляет исключение и наводнение на Северном Кавказе: приведенный выше материальный ущерб гораздо выше, чем общий ущерб за десятки предыдущих наводнений.

Доказано, что временной ряд, обладающий указанным свойством (сумма элементов ряда имеет тот же порядок, что и максимальный элемент ряда), должен подчиняться распределению Парето, которое характеризуется медленным уменьшением числа редких событий (степенному распределению с ”тяжелым хвостом”). **С точки зрения степенного распределения вероятности катастрофических наводнений на порядок и больше превышают вероятности, вычисленные на основании экспоненциального семейства распределений.**

Действительно, американская статистика торнадо, землетрясений, наводнений, ураганов за прошедший век показывает, что данные наблюдений с достаточно хорошей точностью ложатся на прямые, которые соответствуют степенной статистике. Разница между нормальным и степенным распределениями носит не формальный, а принципиальный характер. Если статистика системы описывается гауссовским законом, то свыше 99,7% событий отклоняется от среднего значения не более, чем на 3σ (σ - стандартное отклонение), а, скажем, за 5 σ выбивается и вовсе менее одного события на миллион. При этом появляется возможность пренебречь очень крупными событиями, считая их практически невероятными. Примерно такие соотношения имеют место для любого распределения из экспоненциального семейства. Статистика величин, описываемая степенными распределениями, отличается тем, что крупные события, приходящиеся на "хвост" распределения, происходят недостаточно редко, чтобы ими можно было пренебречь. Именно с этой ситуацией мы сталкиваемся при оценке вероятностей катастрофических наводнений. Если учесть, что для стандартной обработки временных гидрологических рядов рекомендуется использовать распределение из семейства экспоненциальных распределений (СНиП 2-01.14-83), то, очевидно, что катастрофические наводнения будут для нас всегда неожиданными. Наводнения исключительной силы последних лет убедительно показали, что рассчитывать защитные дамбы, плотины и другие гидротехнические сооружения необходимо на основании новых вероятностных закономерностей о природе этих событий.

Необходимость этого можно иллюстрировать следующим примером. Например, в Нидерландах к началу 20-х годов прошлого века правительственный комитет по защите от наводнений установил максимальный уровень защитных сооружений 390 см, который никогда не наблюдался. Гидротехники не стали ориентироваться на столь редкое событие и приняли величину 340 см с вероятностью достижения этого уровня 1 раз в 70 лет. Это значение было всего на 12 см выше абсолютного максимума, наблюдавшегося на побережье Нидерландов, примерно за 25 лет. Стремление удешевить строительство обернулось трагедией "голландского" урагана 1 февраля 1953 г., унесшего около 2000 жизней и вызвавшего огромные разрушения. Ныне в Нидерландах гидротехнические сооружения должны быть ориентированы на максимальный уровень 500 см, возможный 1 раз в 10000 лет.

Гидрология пока не способна объяснить физический механизм возникновения распределения Парето и тем самым ответить на фундаментальный вопрос: почему катастрофические наводнения происходят так часто.

С точки зрения случайных процессов это означает, что плотности распределений вероятностей случайных величин, характеризующих наводнения (уровни воды в реке, объемы стока за половодья, максимальные расходы воды и т.п.) являются “распределениями с тяжелыми хвостами”. В терминах оценки безопасности и риска “хвост” распределения соответствует так называемым гипотетическим наводнениям, возможность которых на практике не учитывается. Наличие степенного закона распределения вероятностей в корне изменяет наши представления о возможных масштабах наводнений. Таким образом, вероятность катастрофических наводнений гораздо выше, чем это следует из предположения о трехпараметрическом распределении Вейбулла (в гидрологии это распределение называется распределением Крицкого-Менкеля).

Степенное распределение вероятностей характерно и для многих других катастрофических событий. Пусть плотность вероятности имеет вид

$$p(x) \sim x^{-(1+\alpha)}, \quad x >> 1,$$

где показатель α обычно лежит в диапазоне от 0 до 1. При статистическом описании катастроф и стихийных бедствий это распределение является правилом, практически не знающим исключений. В качестве классического примера можно привести закон Рихтера-Гутенберга: зависимость количества землетрясений от их энергии определяется последней формулой с $\alpha = \frac{2}{3}$ для землетрясений с магнитудой менее 7,5 и $\alpha = 1$ для более сильных. Точно также распределены: относительная смертность (количество погибших в результате стихийного бедствия, деленное на численность населения страны на его момент) в результате землетрясений $\alpha = 0.25 - 0.45$, ураганов $\alpha = 0.4 - 0.6$, а также наводнений и торнадо $\alpha = 1{,}4$; число заболевших $\alpha = 0.29$ при эпидемиях в изолированных популяциях; площадь лесных пожаров $\alpha = 0.59$; колебания биржевых индексов $\alpha = 1{,}4$; масса снежных лавин.

Вероятности катастроф. В.И. Найденовым и И.А. Кожевниковой выполнен статистический анализ большого количества временных рядов максимальных уровней воды в реках, объемов стока за половодье, максимальных расходов воды. Особое внимание было уделено анализу катастрофических наводнений в Санкт-Петербурге, так как для этого явления разработаны детальные физические модели и представилось хорошая возможность сравнить вероятностные и гидродинамические методы расчета.

Рассмотрим два распределения, одно из которых хорошо известное гамма-распределение, а другое, степенное, предложенное нами в гидрологии впервые

$$p_{cm}(x) = \begin{cases} \dfrac{(\beta-2)^{\beta-1} e^{-\frac{\beta-2}{x}}}{\Gamma(\beta-1)\, x^{\beta}}, & x > 0, \\ 0 & x \le 0, \end{cases}$$

здесь $\beta > 2$ - параметр распределений, $\Gamma(\cdot)$ - гамма-функция Эйлера.

Наводнения на Неве. Исследователи оценили параметр β для десятков гидрологических рядов максимальных уровней (расходов воды). Например, для максимальных уровней воды в р. Неве (1878-1994) была получена следующая оценка $\beta = 16{,}28$. Для этого были построены функции распределения вероятностей максимальных уровней воды в реке Неве у Горного института.

Вероятности превышения уровня, вычисленные на основании этого распределения для максимальных уровней на реке Неве.

Например, знаменитое наводнение в Санкт-Петербурге, произошедшее 19 ноября 1824 года (уровень воды в р. Неве 421 см БС), должно происходить 1 раз в 667 лет с точки зрения степенного распределения. По гамма-распределению это событие практически невозможно (1 раз в 22222 лет).

Наводнение, случившееся 23 сентября 1924 года (уровень воды в Неве 380 см БС) имеет вероятность 0.0039 (1 раз в 256 лет) по степенному распределению и 0.00036 (1 раз в 2777 лет) по гамма-распределению, т.е. снова практически невозможно. Однако, эти события происходили.

В связи с гидрологическим обоснованием ряда проектов по защите Санкт-Петербурга и ближайших пригородов от наводнений были проведены обширные научные исследования по проблеме расчета максимальных уровней воды на р. Неве.

Оказалось, что статистика петербургских наводнений за период – 1703-1994 гг. хорошо описывается степенным законом, параметры которого вычислены по относительно короткому ряду наблюдений.

Нами проведено сравнение результатов этих исследований расчетами по статистическим моделям (табл.). Это сравнение показывает, что степенное распределение хорошо соответствует гидродинамическим моделям наводнений.

Таблица. Повторяемость уровней воды реки Невы у Горного института.

Повторяемость Уровней воды	Гидродинами-ческие модели	Степенное распределение	Гамма распределение
1 раз в 10000 лет	540	548	406
1 раз в 1000 лет	475	439	359
1 раз в 100 лет	345	341	307
1 раз в 20 лет	257	275	265
1 раз в 5 лет	215	219	220

Наводнения на других реках. Отмеченная закономерность характерна и для других рек. Наводнение 1954 г. на р. Янцзы в Китае имеет вероятность в 4 раза большую по степенному распределению (1 раз в 167 лет), чем по гамма-распределению (1 раз в 667 лет). Другой пример. Вероятность превышения катастрофического уровня половодья 1931 года на р. Западная Двина у г. Витебска по степенному распределению равна 0.0114 (1 раз в 88 лет) и превышает вероятность по гамма-распределению 0.0019 (1 раз в 526 лет) в 6 раз. Подчеркнем, что в 1951 году катастрофический подъем уровня воды на р. Западная Двина повторился.

Вероятность превышения максимального расхода воды на реке Миссури в 1951 году (12606 м^3/сек) по степенному распределению равна 0.026 (1 раз в 38 лет), а по гамма-распределению 0.0055 (1 раз в 181 год), т.е. в 5 раз больше.

Летом 2002 г на реках Северного Кавказа (Кубани, Тереке, Куме, Подкумке и т.д.) наблюдался аномальный гидрологический режим. Расчеты, выполненные на основе степенного распределения максимальных расходов воды, показали следующее.

Например, максимальный расход воды на р. Кубань может превысить среднемноголетний в 2.5 раза один раз в 170 лет по степенному распределению (соответственно, один раз в 1000 лет по гамма-распределению). Река Терек может превысить свой обычный расход в два раза: один раз в 110 лет по степенному распределению (соответственно, один раз в 406 лет по гамма-распределению). Для р. Кумы расход воды, превышающий норму в пять раз, может произойти один раз в 85 лет по степенному распределению (соответственно, один раз в 28000 лет по гамма-распределению). Для р. Подкумок расход воды, превышающий норму в четыре раза, может произойти один раз в 102 года по степенному распределению (соответственно, один раз в 8800 лет по гамма-распределению).

Аналогичные оценки верны и для других больших и малых рек Северного Кавказа. Другими словами, произошедшее катастрофическое наводнение на

Северном Кавказе не является почти невероятным событием, а имеет достаточно большую вероятность повториться даже при жизни нынешнего поколения.

Летом 2002 г большая часть Чехии и Германии были охвачены разрушительным наводнением. Мы проанализировали месячные стоки р. Эльбы в районе г. Дечина за июль-август (1888-1990 гг.) и получили следующие результаты. Августовский расход воды в р. Эльбе может превысить средний многолетний в 2.3 раза один раз в 35 лет по степенному законы и один раз в 100 лет по гамма-распределению. Подобная закономерность верна и для июльских расходов (вероятность превышения нормы в 3 раза один раз в 100 лет по степенному закону и один раз в 1000 лет по гамма-распределению).

Оценки величины β, полученные нами для максимальных расходов воды и уровней, изменяются в широких пределах от 2.83 (р. Тура) до 27.56 (р. Янцзы), причем для больших рек эта величина значительно больше двух. Тогда возникает вопрос: почему в распределении величин ущербов (количество жертв, экономические потери), для которого справедлив степенной закон с параметром $\beta = 1{,}84$, значение этой величины так мало. Для этого распределения отсутствуют математическое ожидание и дисперсия (соответствующие интегралы расходятся) и характерен эффект нелинейного роста ожидаемого ущерба со временем и поэтому сила наводнения неограниченна. Вот, что считают по этому вопросу ученые: “Что касается физически или экономически обоснованных пределов возможной силы катастроф, то единственно несомненные из них связаны с ограниченностью размеров нашей планеты. Такие ограничения, однако, не конструктивны, так как соответствующие им события аналогичны по своим последствиям глобальной катастрофе – “концу света””.

Ученые предложили конструктивную гипотезу, ограничивающую физические масштабы наводнений, не предполагающую “конец времен”. Физически ясно, что в области больших увлажненностей речных бассейнов зависимость величины стока от влагозапасов значительно ослабевает (сколько осадков выпало, столько и стекает воды) и плотность вероятности очень больших величин стока в этом случае следует гауссовскому закону. Но **так как в нашу климатическую эру увлажненность суши еще не велика, то степенной закон был справедлив для палеонаводнений и будет справедлив и для грядущих катастроф.**

Влияют ли гидрологические процессы на суше на климат Земли? Хаотическая динамика гидросферы и климата. Nicolis C. и Nicolis G. исследовали временной ряд температуры более чем за 900000 лет на основании анализа данных по изотопному составу кислорода в осадочных породах из экваториальной зоны Тихого океана сделан вывод, что этот ряд порожден хаотическим аттрактором малой размерности. Подчеркнем, что хаотический аттрактор способен порождать множество стохастических процессов. По этой причине флуктуации климата можно рассматривать как проявление хаотического характера самого аттрактора.

С учетом эффекта Харста показано, как в принципе в глобальных гидросферных и климатических процессах могут возникать автохаотические колебания. Подчеркнем, что существует гипотеза о том, что эффект Харста может быть объяснен в рамках динамического хаоса.

В.И. Найденов и И.А. Кожевникова рассмотрели модель климата, состоящую из уравнений теплового и водного баланса, динамики речного стока и диоксида углерода. Оказалось, что эта система уравнений может быть сведена к системе нелинейных осцилляторов типа Дуффинга и Ван дер Поля, для которой характерно существование хаотических решений.

Предложенная простая нелинейная модель климата не только демонстрирует его неустойчивость, но и указывает на хаотические автоколебания с существенной амплитудой изменения глобальной температуры, влагозапаса суши, речного стока и концентрации диоксида углерода в атмосфере.

По существу это означает: наша планета либо постоянно переохлаждается (ледниковые эпохи, похолодание климата), либо перегревается (потепление и увлажнение, усиленное развитие растительного покрова – режим “влажный и зеленый” Земли). Причиной хаотических автоколебаний климата является нелинейная зависимость теплоемкости и альбедо суши от ее влагозапасов. Анализ теплового режима планеты показал, что синхронное и синфазное увеличение (уменьшение) влагозапасов всех континентов приводит к уменьшению (увеличению) планетарного альбедо и к резкому, внезапному увеличению (уменьшению) глобальной температуры приземного слоя атмосферы и изменению климата Земли. При изменении влагозапасов одного или двух континентов глобальная температура изменяется не столь резко.

Таким образом, глобальные потепление и похолодание, а также резкие изменения концентрации диоксида углерода в атмосфере объясняются естественными природными процессами.

Библиография

Кожевникова И.А. Вероятностные характеристики Мандельброта//Обозрение прикладной и промышленной математики. 1997. Т.4. Вып.3

Кожевникова И.А., Найденов В.И. Нелинейная стохастическая модель колебаний уровня Каспийского моря//Водные ресурсы. 1998. Т.26. № 6

Колмогоров А.Н. Спирали Винера и другие интересные кривые в гильбертовом пространстве//ДАН СССР. 1940. Т.26. № 2

Найденов В.И. Нелинейная модель колебаний уровня Каспийского моря//Математическое моделирование 1992. Т.4. № 6

Найденов В.И., Кожевникова И.А. Предсказуем ли уровень моря?//Природа. 1994. № 5

Найденов В.И., Кожевникова И.А. Гидрофизический механизм явления Харста//ДАН. 2000. Т. 373. № 1

Найденов В.И., Кожевникова И.А. Эффект Харста в геофизике//Природа 2000. № 1

Найденов В.И., Кожевникова И.А. Нелинейные колебания уровня Каспийского моря и глобального климата//ДАН. 2001. Т. 378. № 1

Найденов В.И. Гидрология суши: новый взгляд//Вестник РАН. 2001. Т.71. № 5

Найденов В.И., Кожевникова И.А. Хаотическая динамика гидросферы и климата//ДАН. 2002. Т. 384. № 3

Найденов В.И., Кожевникова И.А. О степенном законе катастрофических наводнений//ДАН. 2002. Т. 386. № 3

Найденов В.И., Кожевникова И.А. Математические модели эффекта Харста/Российская наука: дорога жизни. М., 2002

Klemes V. The Hurst Phenomenon: A Puzzle?//Water Resour. Res. 1974. V.10(4)

Mandelbrot B.B., van Ness J.W. Fractional Brownian Motion, Fractional Noise and Applications//SIAM Rewiew. 1968. V.10. № 4
Hurst H. Methods of using long-term storage in reservoirs//Transactions of American Society of Civil Engineers. 1951. V.116

Тема № 259(36)
Эфир 28.05.03
Хронометраж 49:59